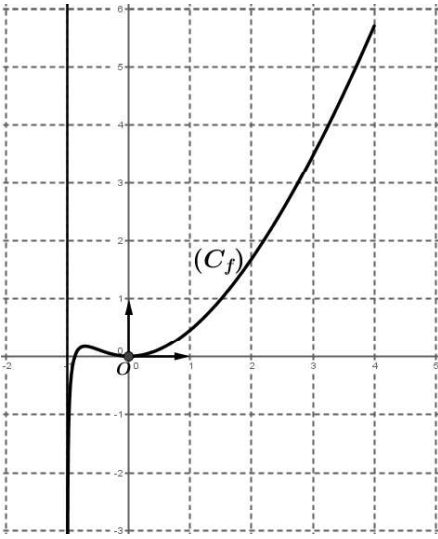


العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
مجموع	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2	0.5 + 0.25	$P(A) = \frac{C_3^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_8^2} = \frac{1}{4} \text{ (أ)}$ $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{9}{14}$ $P(C) = \frac{C_5^1 \times C_2^1}{C_8^2} = \frac{5}{14} \text{ (ب)}$	1										
	0.5 + 0.25												
	2 × 0.25												
2	0.5	<p>(أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1; 2; 3; 4\}$</p> <p>(ب) قانون الاحتمال</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{5}{28}$</td> <td>$\frac{12}{28}$</td> <td>$\frac{10}{28}$</td> <td>$\frac{1}{28}$</td> </tr> </table> $E(X) = \frac{9}{4}$	x_i	1	2	3	4	$P(X = x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$	2
	x_i		1	2	3	4							
	$P(X = x_i)$		$\frac{5}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{10}{28}$	$\frac{1}{28}$							
4 × 0.25													
0.5													
التمرين الثاني (04 نقاط)													
1	0.25	<p>البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية</p> <p>إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)</p>	1										
	0.75												
0.25	0.25	من أجل كلّ n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}(u_n - 3)$ ، ومنه (u_n) متزايدة تماما	2										
1.75	0.75	<p>(أ) من أجل كلّ n من \mathbb{N} ، $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ، $v_0 = -2$</p> <p>(ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$ و $v_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n$</p> <p>(ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ لأنّ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$</p>	3										
	0.25												
	2 × 0.25												
	0.25												
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -6 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right]$ $T_n = S_n + 3(n+1) = -6 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right] + 3n + 3 = 3n - 3 + 4 \left(\frac{2}{3}\right)^n$	4										
	0.25												

التمرين الثالث (05 نقاط)																		
3	2 × 0.75	<p>(أ) $2^3 \equiv 1[7]$ ، $2^2 \equiv 4[7]$ ، $2^1 \equiv 2[7]$ ، $2^0 \equiv 1[7]$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$k \in \mathbb{N}$</td> <td>n</td> <td>$3k$</td> <td>$3k+1$</td> <td>$3k+2$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$2^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>[7]</td> </tr> </table>	$k \in \mathbb{N}$	n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$		$2^n \equiv$	1	2	4					[7]	1
	$k \in \mathbb{N}$	n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$													
		$2^n \equiv$	1	2	4													
				[7]														
3 × 0.25	<p>(ب) لدينا $1444 \equiv 2[7]$ ومنه $2023 \equiv 1[3]$ وعليه $1444^{2023} \equiv 2[7]$</p>																	
0.25 0.25 0.25	<p>(ج) $1962n \equiv 2n[7]$ و $1444^{3n+1} \equiv 2[7]$ $1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0[7]$ معناه $2n + 2 \equiv 0[7]$ أي $n \equiv 6[7]$ وعليه $n = 7\alpha + 6$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$</p>																	
1.5	0.5	لدينا $7(4) - 6(4) = 4$ ومنه $(4; 4)$ حل للمعادلة (E)	2															
	0.5	لدينا $\begin{cases} 7x - 6y = 4 \\ 7(4) - 6(4) = 4 \end{cases}$ ومنه $7(x-4) = 6(y-4)$																
	0.5	وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k+4; 7k+4) / k \in \mathbb{Z}\}$																
0.5	0.25	$2^k \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3x} + 2^{7k+4} \equiv 1 + 2^{k+1}[7]$ معناه $2^{3x} + 2^y \equiv 3[7]$	3															
	0.25	وبالتالي $k = 3\lambda$ ، وعليه $(x; y) \in \{(18\lambda + 4; 21\lambda + 4) / \lambda \in \mathbb{N}\}$																
التمرين الرابع (07 نقاط)																		
0.75	0.75	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>α</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>\emptyset</td> <td>-</td> <td>\emptyset</td> </tr> </table>	x	-1	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset	إشارة $g(x)$	(1 I)				
		x	-1	α	0	$+\infty$												
$g(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset														
0.5	0.5	<p>$g(-0,71) \approx -0,027$ و $g(-0,72) \approx 0,025$ ومنه $g(-0,72) \times g(-0,71) < 0$</p>	(2)															
1	0.25+0.25	(أ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ مقارب لـ (C_f)	(1 II)															
	0.25+0.25	(ب) $f(x) = x \left[\left(2 + \frac{3}{x} \right) \ln(x+1) - 3 \right]$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$																
2	0.75	(أ) من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$	(2)															
	0.25	(ب) f متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$																
	0.25	ومتزايدة تماما على كل من المجالين $]-1; \alpha]$ و $[0; +\infty[$																
	0.75	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>α</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>\emptyset</td> <td>-</td> <td>\emptyset</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	-1	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0	$+\infty$	(ج) جدول التغيرات
x	-1	α	0	$+\infty$														
$f'(x)$	+	\emptyset	-	\emptyset														
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0	$+\infty$														

1	0.75	(أ) الرسم: 	(3)
	0.25	ب) المعادلة $f(x) = m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0 < m < f(\alpha)$	
1.75	1	أ) من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	(4)
	0.25+0.25	ب) $\mathcal{A} = [F(0) - F(\alpha)] = [2\alpha^2 + 2\alpha - (\alpha^2 + 3\alpha + 2)\ln(\alpha + 1)] u.a$	
	0.25	ج) لدينا: $\ln(\alpha + 1) = \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)}$ ومنه: $\mathcal{A} = (6\alpha^2 + 4\alpha) cm^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)											
مجموع	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2	0.5 + 0.25	$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11}$ (أ)	1										
	0.5 + 0.25	$P(B) = \frac{C_3^2 \times C_8^1}{C_{11}^2} = \frac{24}{55}$											
	2 × 0.25	$P(C) = 1 - \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{27}{55}$ أو $P(C) = \frac{C_3^1 \times C_8^1 + C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{27}{55}$ (ب)											
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة $\{0; 1; 2; 4\}$	2										
	4 × 0.25	(ب) قانون الاحتمال <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{27}{55}$</td> <td>$\frac{3}{55}$</td> <td>$\frac{15}{55}$</td> <td>$\frac{10}{55}$</td> </tr> </table>		x_i	0	1	2	4	$P(X = x_i)$	$\frac{27}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$
	x_i	0		1	2	4							
	$P(X = x_i)$	$\frac{27}{55}$		$\frac{3}{55}$	$\frac{15}{55}$	$\frac{10}{55}$							
0.25	$E(X) = \frac{73}{55}$												
0.25	(ج) $P(e^{X+6} < 2023) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{6}{11}$												
التمرين الثاني (04 نقاط)													
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو (ب) لأن $h(x) = ke^x + 2$ و $h(0) = 1446$	1										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو (ج) لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + \ln x - \ln(x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + \ln \frac{x}{x+1} \right)$	2										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو (أ) لأن $I = \int_0^{\ln 2} (e^{-x} + 1) dx = \left[-e^{-x} + x \right]_0^{\ln 2}$	3										
01	0.5 + 0.5	الاقتراح الصحيح هو (ب) لأن $2n+1$ و $3n+1$ أوليان فيما بينهما $PGCD(2n^2+n ; 3n^2+n) = n \times PGCD(2n+1 ; 3n+1)$ و	4										
التمرين الثالث (05 نقاط)													
1	0.25	البرهان بالتراجع: التحقق من صفة الخاصية الابتدائية	1										
	0.75	إثبات صفة الاستلزام (إثبات أن الخاصية وراثية)											
0.5	0.25	من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1} - u_n < 0$	2										
	0.25	نستنتج أن (u_n) متناقصة تماما											

2.5	0.75	$v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n, \mathbb{N} \text{ من } n \text{ كل } n$ $v_0 = 1$	3								
	0.25										
	2 × 0.25	$v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n, \mathbb{N} \text{ من } n \text{ كل } n$									
	2 × 0.25	$u_n = \frac{2}{3-v_n} = \frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$									
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0 \text{ لأن } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{2}{3} \text{ (ج)}$									
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = S_n = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$	4								
	0.25	$T_n = 3(n+1) - S_n = 3n+3 - \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 3n + \frac{1}{2} \left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$									
التمرين الرابع (07 نقاط)											
0.5	2 × 0.25	$g \text{ مستمرة ومنتزدة تماما على } [0,7 ; 0,8] \text{ و } g(0,7) \times g(0,8) < 0$ $(g(0,8) = 0,34 \text{ و } g(0,7) = -0,19)$	1 (I)								
0.75	0.75	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px;">α</td> <td style="padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$g(x)$</td> <td style="padding: 2px;">$-$</td> <td style="padding: 2px;">\emptyset</td> <td style="padding: 2px;">$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	$-$	\emptyset	$+$	2
x	$-\infty$	α	$+\infty$								
$g(x)$	$-$	\emptyset	$+$								
1.5	2 × 0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ (أ)}$	1 (II)								
	0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x+4)] = 0 \text{ (ب)}$									
	3 × 0.25	$\text{(ج) على } \left] \frac{3}{2}; +\infty \right[\text{ أعلى } (C_f) \text{ و على } \left] -\infty; \frac{3}{2} \right[\text{ أسفل } (C_f) \text{ (}\Delta\text{)}$ $A\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right) \text{ في النقطة } (\Delta)$									

1.5	0.75	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$	2												
	2 × 0.25	ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$													
	0.25	جدول التغيرات													
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>ϕ</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$		ϕ	$+$	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	α	$+\infty$												
$f'(x)$		ϕ	$+$												
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$												
1.75	2 × 0.25	أ) حلّ المعادلة $f'(x) = -1$ ومعادلة $(T) : y = -x + 4 - 2\sqrt{e}$	3												
	0.25	ب) الرسم:													
	0.25	رسم (Δ)													
	0.25	رسم (T)													
	0.50	رسم (C_f)													
	0.25	ج) للمعادلة $f(x) = -x + m$ حلان بالضبط من أجل $4 - 2\sqrt{e} < m < 4$													
1	0.5	أ) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $F'(x) = (-2x + 3)e^x$	4												
	2 × 0.25	ب) $\int_{-1}^0 [(-x + 4) - f(x)] dx = [F(x)]_{-1}^0 = \frac{5e - 7}{e} u.a$													

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط